

## **Ficha de Avaliação Sumativa de Matemática A**

---

Colégio ACR de Fornos - Ensino Secundário - 10.º Ano

---

7 Páginas

---

Duração da Prova: 90 minutos (SEM TOLERÂNCIA)

---

### **11 de novembro de 2015**

---

#### **Indique de forma legível a versão da prova.**

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser, primeiramente, elaborados a lápis, sendo, a seguir passados a tinta.

Utilize a régua, o compasso, o esquadro, o transferidor e a calculadora gráfica sempre que for necessário.

Não é permitido o uso de corretor. Em caso de engano, deve riscar de forma inequívoca aquilo que pretende que não seja classificado.

Escreva de forma legível a numeração dos itens, bem como as respetivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresente apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

Para responder aos itens de escolha múltipla, escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a opção escolhida.
- não apresente cálculos, nem justificações.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A folha de rascunho que for fornecida não pode, em caso algum, ser entregue para classificação.

---

## **VERSÃO 1**

## Formulário

---

### Números

Valor aproximado de  $\pi$  (pi): 3,14159

### Geometria

**Perímetro do círculo:**  $2\pi r$ , sendo  $r$  o raio do círculo

#### Áreas

**Paralelogramo:**  $Base \times Altura$

**Losango:**  $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

**Trapézio:**  $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

**Polígono regular:**  $Apótema \times \frac{Perímetro}{2}$

**Círculo:**  $\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio do círculo

**Superfície esférica:**  $4\pi r^2$ , sendo  $r$  o raio da esfera

#### Volumes

**Prisma e cilindro:**  $Área\ da\ base \times Altura$

**Pirâmide e cone:**  $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

**Esfera:**  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , sendo  $r$  o raio da esfera

### Álgebra

**Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau**

da forma  $ax^2 + bx + c = 0$ :  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

### Trigonometria

**Fórmula fundamental:**  $\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1$

**Relação da tangente com o seno e o co-seno:**  $\text{tg}x = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$

## GRUPO I

Na resposta aos itens deste grupo, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Qual das proposições seguintes não é verdadeira?

(A)  $\exists x \in \mathbb{Z} : \sqrt[3]{x} = -4$

(B)  $\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 0$

(C)  $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x}{2} > -\frac{x}{2}$

(D)  $\forall n \in \mathbb{N}, (-1)^n \leq 1$

2. Qual das opções seguintes apresenta uma condição impossível em  $\mathbb{R}$  ?

(A)  $x^2 - 1 = 0 \vee |x| \geq 0$

(B)  $2x + 4 = 0 \vee 2x^2 + 3 > 0$

(C)  $x \geq 5 \wedge x^2 + 1 \geq 1$

(D)  $x^2 + 6x + 8 = 0 \wedge -(x^2 + 2) \geq 1$

3. Considere os conjuntos  $A = ]-6, -2]$  e  $B = ]-3, +\infty[$ .

Qual das opções seguintes apresenta o conjunto  $\overline{A \cap B}$  ?

(A)  $[-5, -3] \cup ]-2, +\infty]$

(B)  $] -5, -3[ \cup ] -2, +\infty[$

(C)  $] -\infty, -3[ \cup ] -2, +\infty[$

(D)  $] -\infty, -3[ \cup ] -2, +\infty[$

4. Qual das proposições seguintes é falsa?

(A)  $-4 < -2 \Leftrightarrow (-4)^3 < (-2)^3$

(B)  $4 > 2 \Leftrightarrow 4^2 > 2^2$

(C)  $-2 > -4 \Leftrightarrow (-2)^5 < (-4)^5$

(D)  $-4 < -2 \Leftrightarrow (-4)^2 > (-2)^2$

5. Considere as quatro afirmações seguintes, onde  $x$  e  $y$  são números reais.

$$(I) \sqrt{x^2} = x$$

$$(II) \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = \sqrt{(x+y)^2}$$

$$(III) \sqrt{x^2} \times \sqrt{y^2} = \sqrt{(x \times y)^2}$$

$$(IV) \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{y^2}} = \sqrt{\left(\frac{x}{y}\right)^2}, y \neq 0$$

Relativamente a estas afirmações, podemos dizer que:

(A) Só (III) é verdadeira.

(B) Apenas (II) é falsa.

(C) Apenas (III) e (IV) são verdadeiras.

(D) São todas verdadeiras.

## GRUPO II

---

Na resposta aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

---

1. Considere a proposição  $p: \forall x \in \mathbb{R}, x < 3 \Rightarrow x^2 < 9$ .

1.1. Indique, justificando, qual o seu valor lógico.

1.2. Escreva a negação da proposição  $p$  sem utilizar o símbolo  $\sim$ .

1.3. Escreva o contrarrecíproco de  $p$ .

2. Classifique cada uma das condições definidas no conjunto indicado.

Mostre como chegou à sua resposta.

2.1.  $5x - 1 < 3$ , em  $\mathbb{N}$

2.2.  $x^2 - 2 = 0$ , em  $\mathbb{Q}$

2.3.  $(x - 2)^2 = 0 \vee x^2 - 4x + 4 \neq 0$ , em  $\mathbb{R}$

3. Demonstre por contrarrecíproco que se um número natural  $n$  não é divisível por 3, então não é divisível por 15.

4. Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x(x^2 - 1) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\} \text{ e } C = \{x \in \mathbb{Z} : |x| \leq 1\}$$

- 4.1. Indique, justificando, o valor lógico da proposição  $\forall x \in \mathbb{R}, x \in A \Rightarrow x \in B$ .

- 4.2. Utilize um contraexemplo para provar que a proposição  $\forall x \in \mathbb{R}, x \in B \Rightarrow x \in C$  é falsa.

5. Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x(x^2 - 4) = 0\}, \text{ e } B = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < 0\}$$

Represente em extensão o conjunto  $A \setminus B$ .

6. Sem utilizar calculadora, simplifique

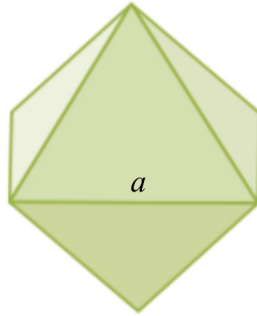
$$\sqrt[3]{\frac{2}{27}} + \sqrt[3]{54} - \frac{\sqrt[3]{16}}{4}$$

7. Sem utilizar a calculadora, racionalize o denominador e efetue os restantes cálculos de forma a simplificar o resultado.

7.1.  $\frac{50}{\sqrt[3]{5}}$

7.2.  $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

8. Na figura seguinte está representado um octaedro regular de aresta  $a$  (as faces são triângulos equiláteros).



Mostre que o volume do octaedro é:  $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$ .

**FIM**

## COTAÇÕES

### Grupo I

1.	.....	10	pontos
2.	.....	10	pontos
3.	.....	10	pontos
4.	.....	10	pontos
5.	.....	10	pontos

### Grupo II

1.			
	1.1. ....	12	pontos
	1.2. ....	10	pontos
	1.3. ....	10	pontos
2.			
	2.1. ....	7	pontos
	2.2. ....	7	pontos
	2.3. ....	7	pontos
3.	.....	10	pontos
4.			
	4.1. ....	12	pontos
	4.2. ....	10	pontos
5.	.....	10	pontos
6.	.....	16	pontos
7.			
	7.1. ....	12	pontos
	7.2. ....	15	pontos
8.	.....	12	pontos

**Total..... 200 pontos**